Bienvenue !

Visiter

“Physique Fine enjah “

sur youtube

Pour plus comprendre le cours

Chapitre : 4 , Les oscillations mécaniques (SV , SG)

1. Les fonctions trigonométriques : étude de variations , les équations différentielles du mouvement et leurs solutions avec les graphes . (Un peu de mathématiques)

2. Les pendules élastiques (horizantales , verticales , deux ressorts) , et oscillations libres amorties et non –amorties .

3. Les Pendules Simples (**) , oscillations libres amorties et non –amorties .

4. Les pendules de torsion (**) , oscillations libres amorties et non –amorties .

5. Les pendules pesants (ou composées) , oscillations libres amorties et non –amorties . (**)

6. Des plusieurs exercices fondamentales entre les parties précédentes .

- *Les fonctions trigonométriques :*

On va étudier les deux fonction suivantes : $\begin{cases} x = x_m \sin(\omega t + \varphi) \\ x = x_m \cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$.

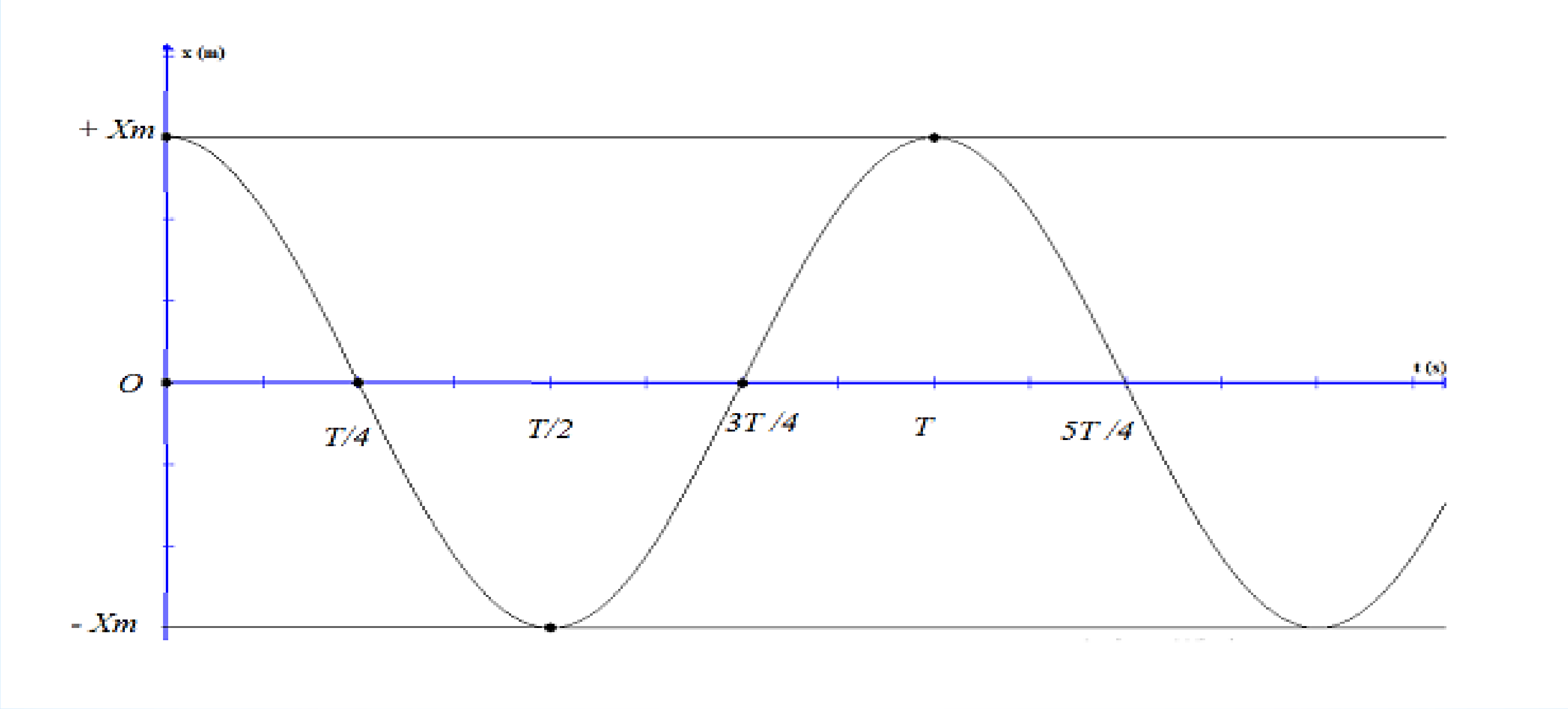
- *Ces deux fonctions sont appelée les équations horaires .*

- *Premier fonction :* $x = x_m \sin(\omega t + \varphi)$,

On a $-1 \leq \sin(\omega t + \varphi) \leq +1 \Rightarrow Multiplié\ par\ x_m$,

$-x_m \leq x_m \sin(\omega t + \varphi) \leq +x_m \Rightarrow -x_m \leq x \leq +x_m$.

- *ω est appelée pulsation , et T est la période , tel que* $\omega = \frac{2\pi}{T}$ *(rd/S) .*
- <u>*Graphe :*</u>



➢ <u>*Dérivée:*</u> $x = x_m \sin(\omega t + \varphi)$,

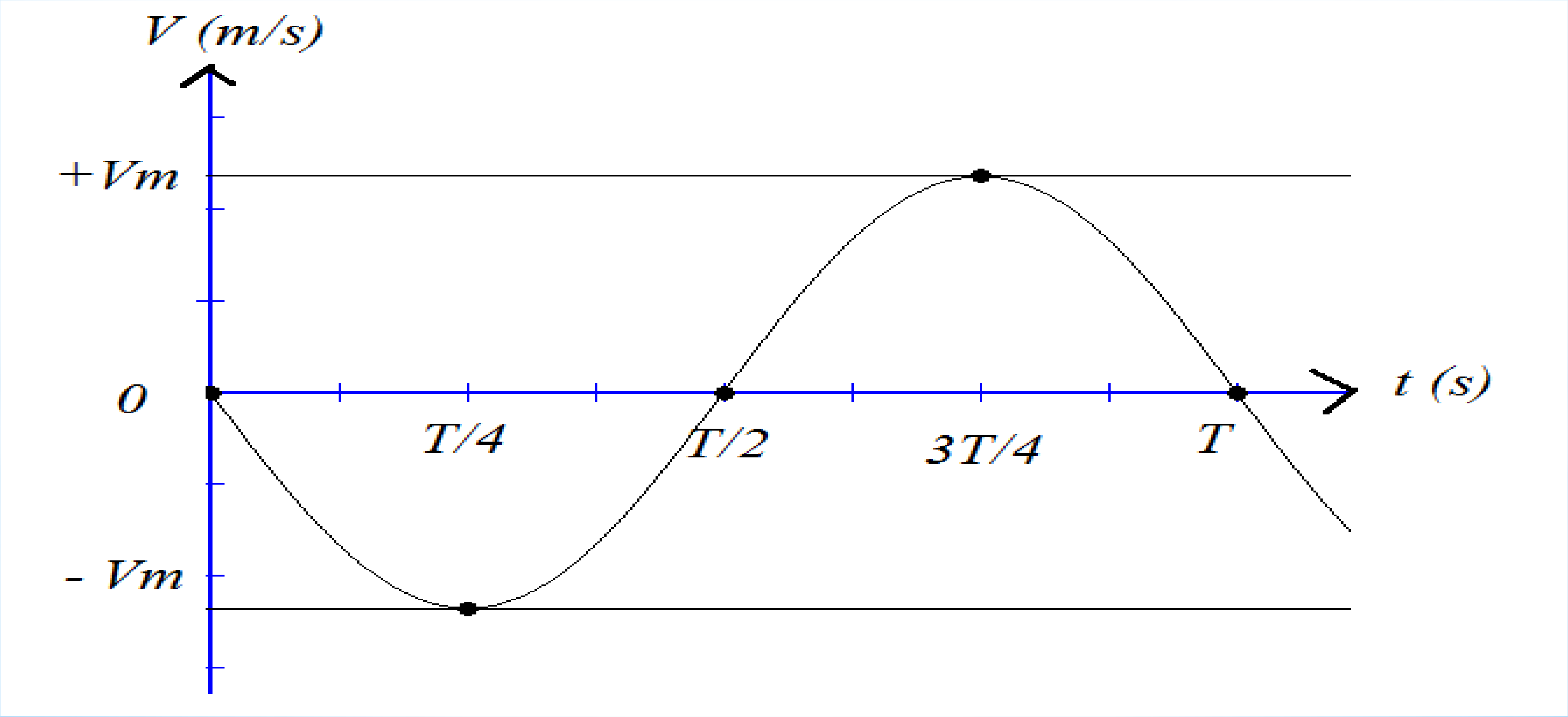
$V = x' = \frac{dx}{dt} = x_m \omega \cos(\omega t + \varphi)$, *On pose* $V_m = x_m\, \omega$, *Alors:*

$V = V_m \cos(\omega t + \varphi)$.

- ✓ $V = V_m \cos(\omega t + \varphi)$, *Mais* : $-1 \leq \cos(\omega t + \varphi) \leq +1$, *On multiplie par* $V_m = x_m \omega$.

Alors : $-V_m \leq V_m \cos(\omega t + \varphi) \leq +V_m \Rightarrow -V_m \leq V \leq +V_m$.

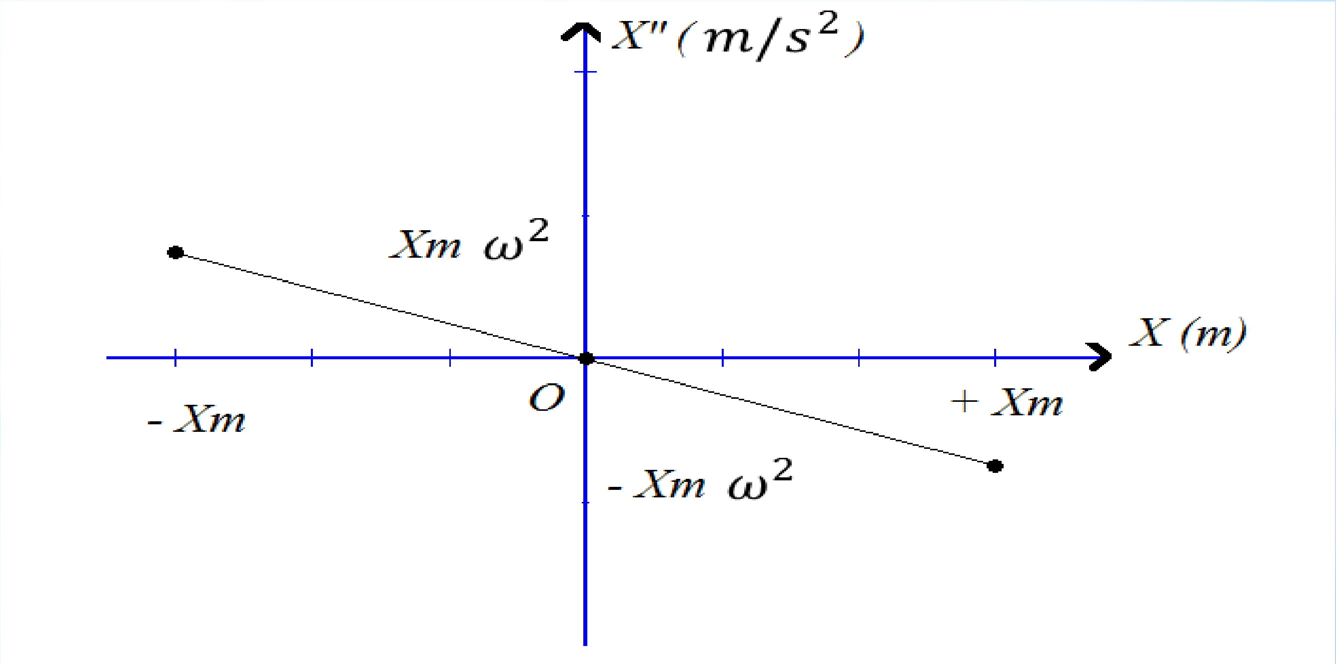
- ✓ <u>*Graphe de $V(t)$:*</u> *x est croissant alors V positif , et x est décroissant alors V négatif , x admet des extremums , alors V = 0 .*



- $a = \frac{dV}{dt} = -x_m\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2(x_m \sin(\omega t + \varphi)) = -\omega^2 x$

$a = V' = x'' \Rightarrow x'' = -\omega^2 x$, Alors $x'' + \omega^2 x = 0$,
C'est une équation différentielle , de graphe (x'' en fonction de x) :

- ✓ $x = +x_m \Rightarrow x'' = -\omega^2 x_m$.
- ✓ $x = -x_m \Rightarrow x'' = +\omega^2 x_m$.
- ✓ $x = 0 \Rightarrow x'' = 0$.

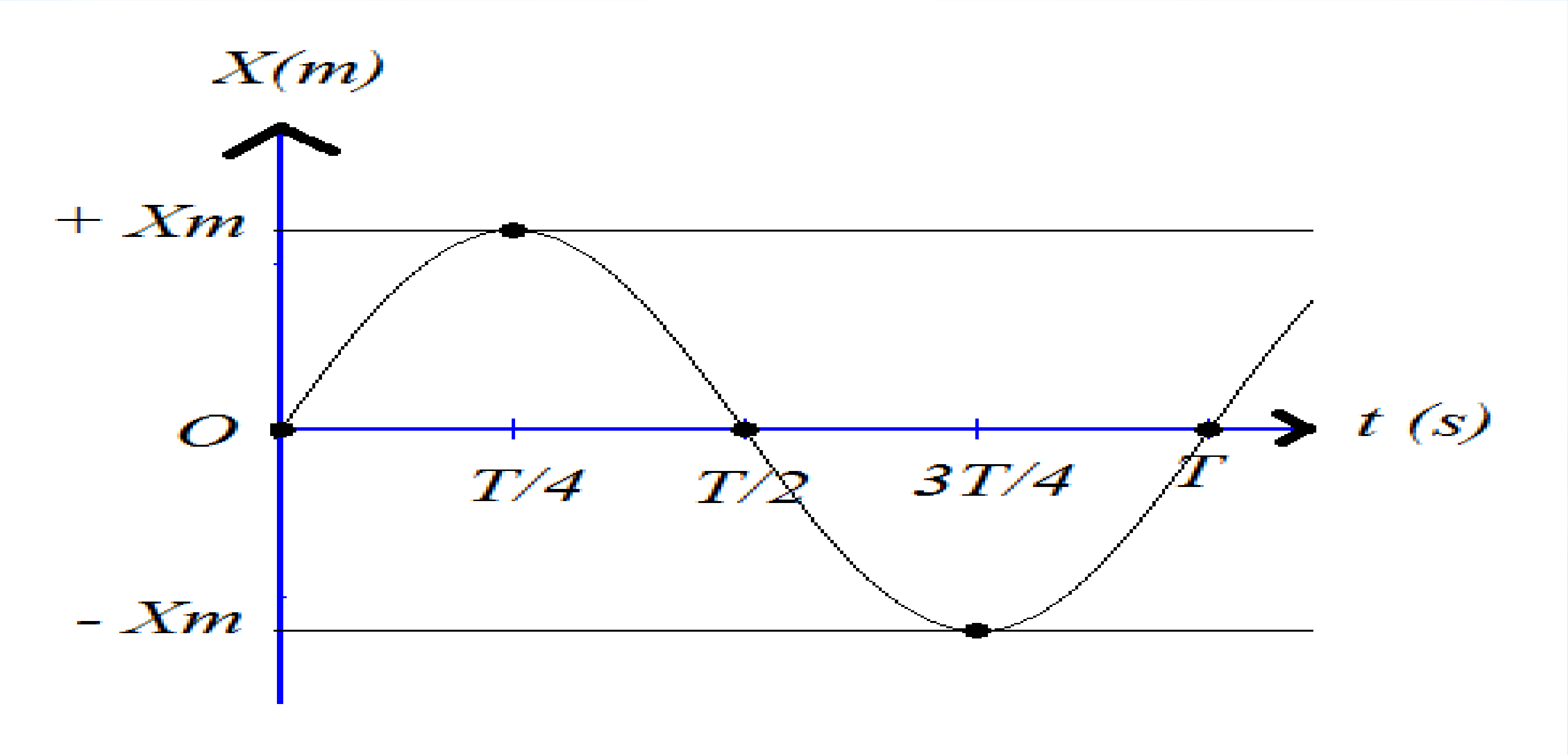


- *Deuxième fonction :* $x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$,

On a $-1 \leq \cos(\omega t + \varphi) \leq +1 \Rightarrow$ *Multiplié par* x_m ,

$-x_m \leq x_m \cos(\omega t + \varphi) \leq +x_m \Rightarrow -x_m \leq x \leq +x_m$.

- $\omega = \frac{2\pi}{T}$,
- *Graphe de* $x(t)$ *:*



- <u>*Dérivée:*</u> $x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$,

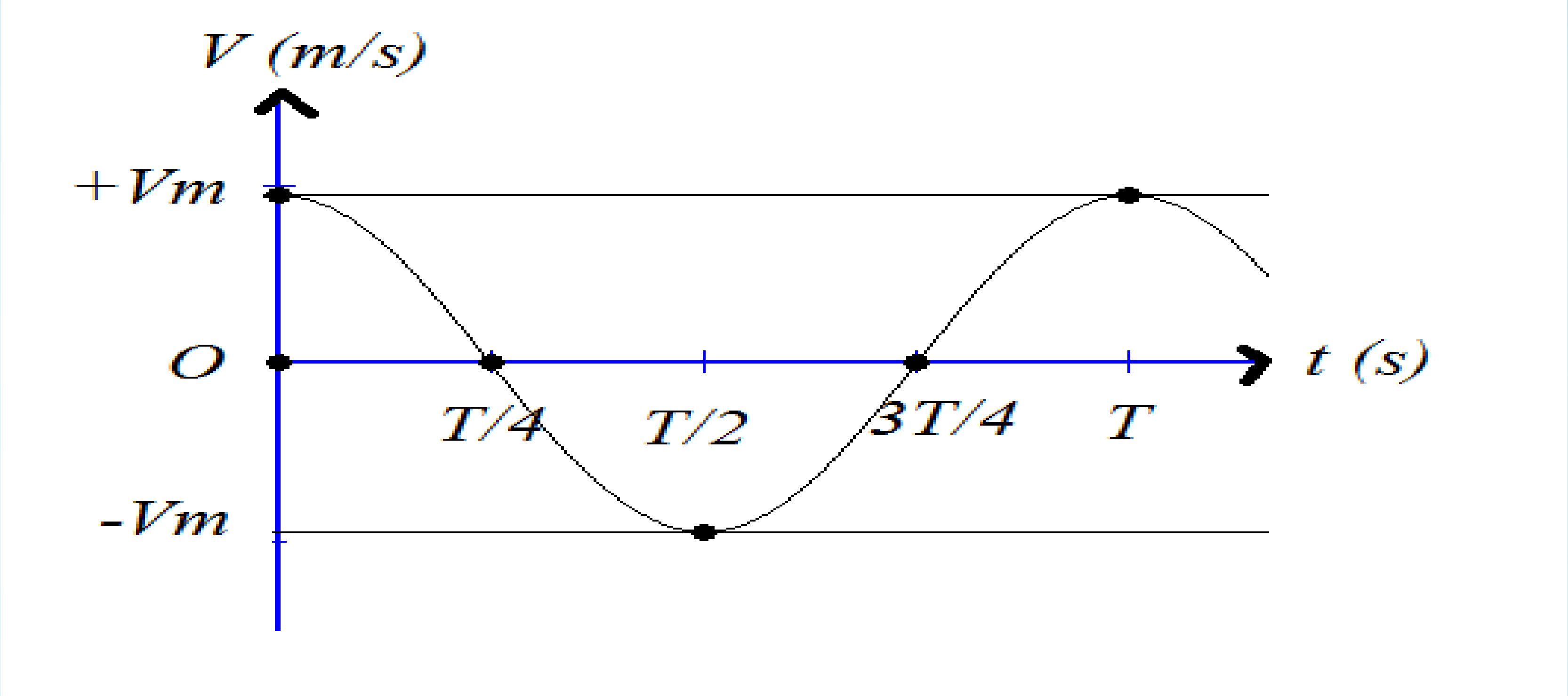
$V = x' = \frac{dx}{dt} = -x_m \omega \sin(\omega t + \varphi)$, *On pose* $V_m = +x_m\,\omega$, *Alors:*

$V = -V_m \sin(\omega t + \varphi)$.

- ✓ $V = V_m \sin(\omega t + \varphi), Mais\ : -1 \leq \sin(\omega t + \varphi) \leq +1$, *On multiplie par* $V_m = +x_m\omega$.

Alors : $-V_m \leq V_m \sin(\omega t + \varphi) \leq +V_m \Rightarrow -V_m \leq V \leq +V_m$.

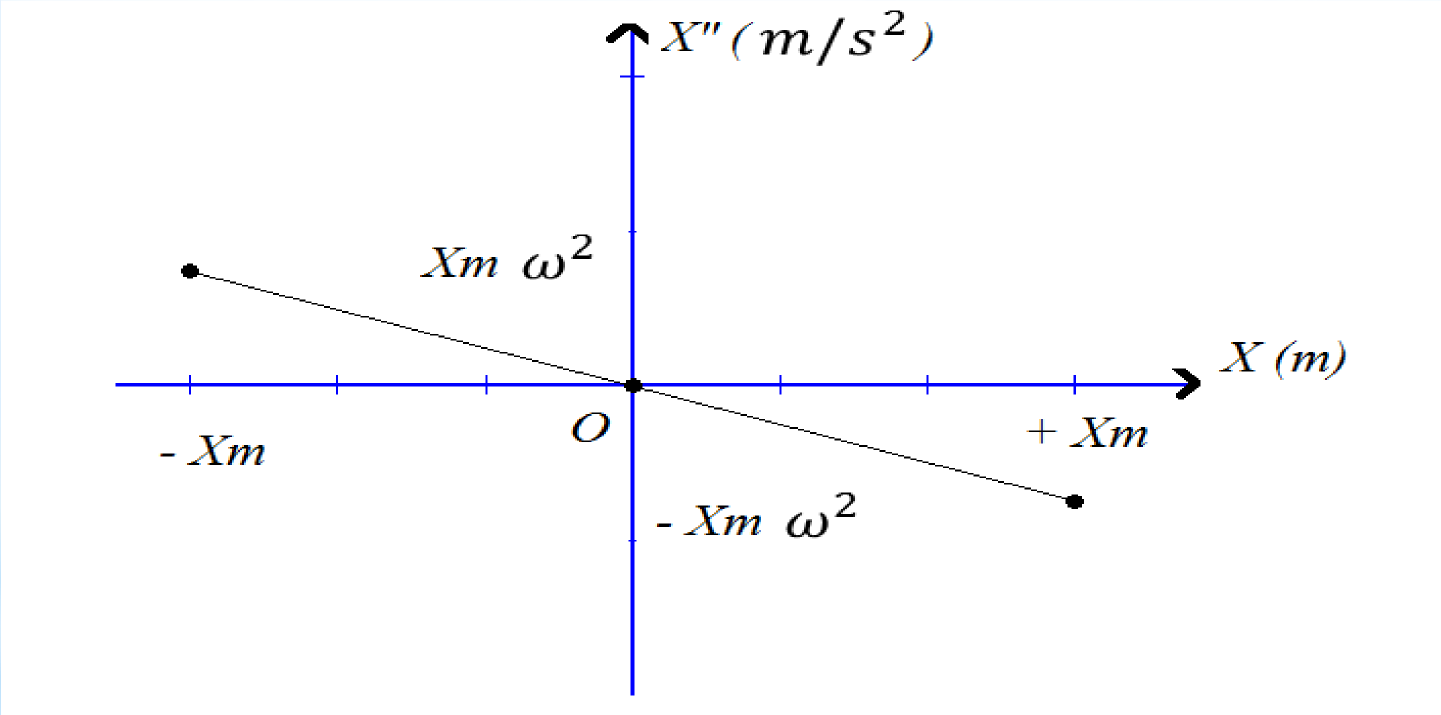
- ✓ <u>*Graphe de $V(t)$:*</u> *x est croissant alors V positif , et x est décroissant alors V négatif , x admet des extremums , alors V = 0 .*



- $a = \frac{dV}{dt} = -x_m\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2(x_m \cos(\omega t + \varphi)) = -\omega^2 x$

$a = V' = x'' \Rightarrow x'' = -\omega^2 x$, *Alors* $x'' + \omega^2 x = 0$,
C'est le même équation différentielle , de graphe (x'' en fonction de x) :

- ✓ $x = +x_m \Rightarrow x'' = -\omega^2 x_m$.
- ✓ $x = -x_m \Rightarrow x'' = +\omega^2 x_m$.
- ✓ $x = 0 \Rightarrow x'' = 0$.



- $\omega = \frac{2\pi}{T}$, T est la période , donc $T > 0$, alors $\omega > 0$.

- *Relation indépendantes du temps entre V et x :*
- *Pour les deux fonctions trigonométriques , le même résultat .*

$x = x_m \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow V = x_m\omega \cos(\omega t + \varphi)$,

- *On sait que* $\cos(\alpha)^2 + \sin(\alpha)^2 = 1$

Içi $\alpha = \omega t + \varphi$ *, alors :*

$(\sin(\omega t + \varphi))^2 + (\cos(\omega t + \varphi))^2 = (\frac{x}{x_m})^2 + (\frac{V}{x_m\omega})^2 = 1$,

Donc : $\frac{x^2\omega^2 + V^2}{{x_m}^2\omega^2} = 1 \Rightarrow x^2\omega^2 + V^2 = {x_m}^2\omega^2 \Rightarrow V^2 = \omega^2({x_m}^2 - x^2)$

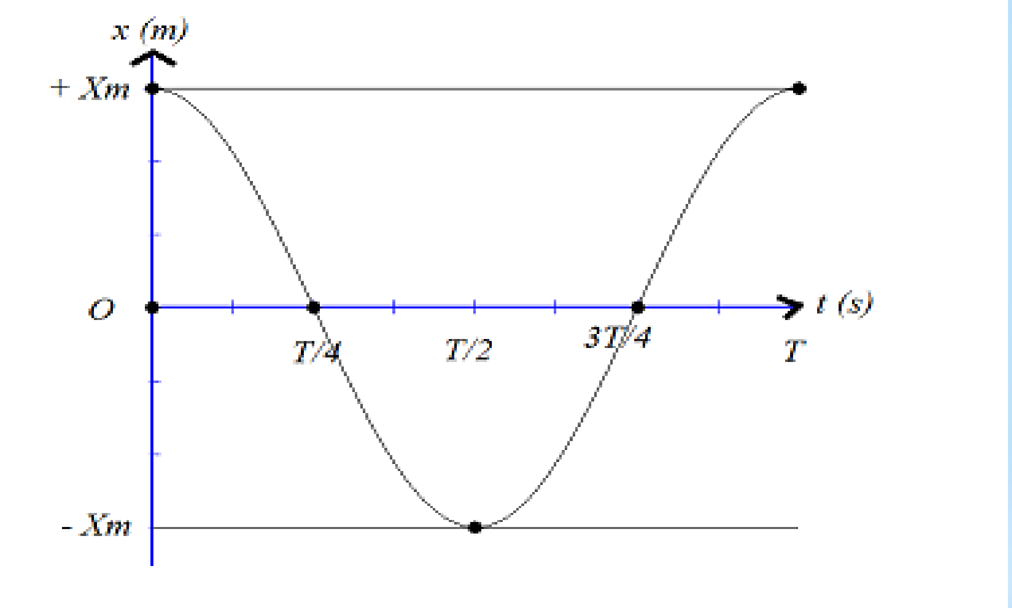
Donc: $V = \pm\omega\sqrt{{x_m}^2 - x^2}$.

- $x = 0 \Rightarrow V = \pm x_m\omega = \pm V_m$,
- $x = \pm x_m \Rightarrow V = 0$.

- *Très importantes .*

➢ *Phase à l'origine du temps : φ*

1. $\underline{x = x_m sin(\omega t + \varphi)\ ,\ à\ t_0 = 0\ , x = x_m\ :}$



$x = x_m\ sin(\omega t + \varphi)\ Alors$
$x_m = x_m sin\varphi\ (pour\ t = 0)$

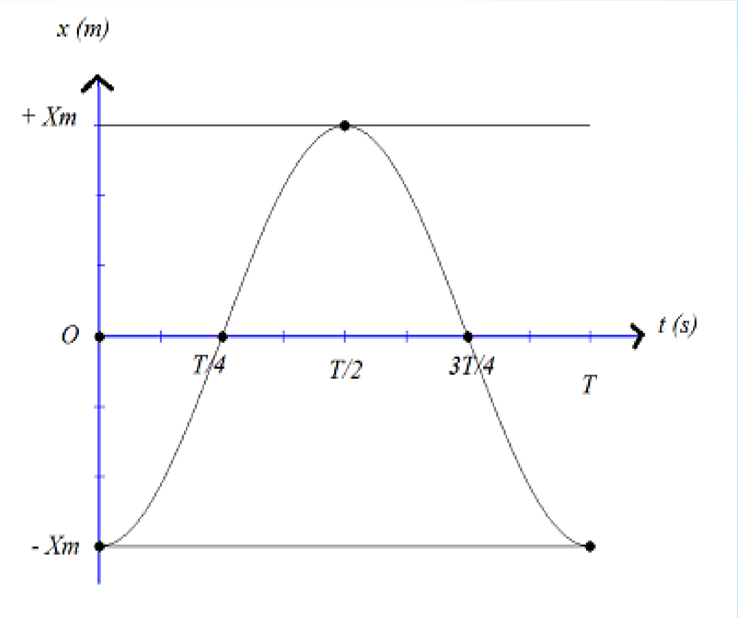
$$\Rightarrow sin\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}\ (rd)$$

2. $\underline{x = x_m cos(\omega t + \varphi)\ ,\ à\ t_0 = 0\ , x = x_m\ :}$

$$x = x_m\ cos(\omega t + \varphi)\ Alors\ x_m = x_m cos\varphi (pour\ t = 0)$$

$$\Rightarrow cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$$

3. $\underline{x = x_m \sin(\omega t + \varphi) \text{ , à } t_0 = 0 \text{ , } x = -x_m}$



$x = x_m \ \sin(\omega t + \varphi) \ Alors$

$-x_m = x_m \sin\varphi \ (pour \ t = 0)$

$$\Rightarrow \sin\varphi = -1 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} \ (rd)$$

4. $\underline{x = x_m \cos(\omega t + \varphi) \text{ , à } t_0 = 0 \text{ , } x = -x_m :}$

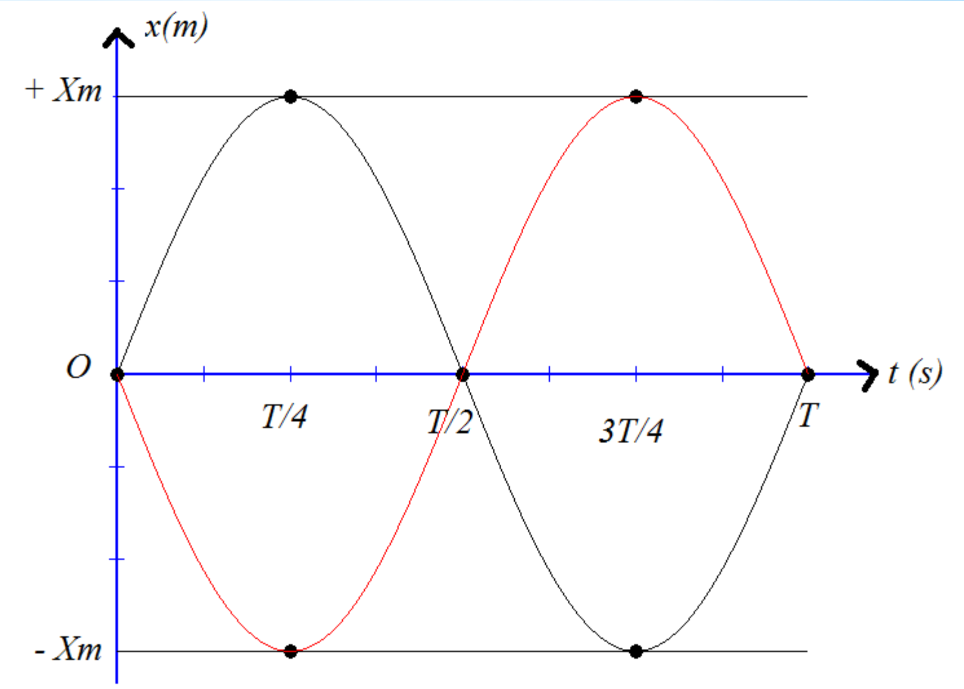
$x = x_m \ \cos(\omega t + \varphi) \ Alors \ -x_m = x_m \cos\varphi (pour \ t = 0)$

$$\Rightarrow \cos\varphi = -1 \Rightarrow \varphi = \pi \ (rd)$$

5. $\underline{x = x_m \sin(\omega t + \varphi)\text{ , à } t_0 = 0\text{ , } x = 0}$ *(2 Cas)*

On a là deux cas , pour $t_0 = 0$, la courbe peut commence d'une manière croissante (si x'=V_0est positif graphe noir) ,

Ou la courbe peut commence d'une manière décroissante (si x'=V_0 est négatif graphe rouge) .



$$Mot\ - clé : chercher\ l'éxpréssion\ de\ V(t):$$

$$V = \frac{dx}{dt} = x_m \omega cos(\omega t + \varphi)$$

$$x = x_m\, sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow 0 = x_m sin\varphi \Rightarrow \varphi = 0\ ou\ \varphi = \pi(rd)\ .$$

- *<u>Cas: 1</u> (V_0>0) ,*

Si $V_0 > 0$ *, alors* $x_m \omega cos(\varphi) > 0$ *Mais ,* $x_m \omega > 0$ *,*
Alors $cos(\varphi)$ *>0 , alors* $\varphi = 0$ *.*

- *<u>Cas: 2</u> (V_0<0) ,*

Si $V_0 < 0$ *, alors* $x_m \omega co\,s(\varphi) < 0$ *Mais ,* $x_m \omega > 0$ *,*
Alors $cos(\varphi)$ *<0 , alors* $\varphi = \pi\ (rd)$ *.*

6. $\underline{x = x_m \cos(\omega t + \varphi)\text{, à } t_0 = 0\text{ , } x = 0}$ (2 Cas)

$$Mot\ - clé : chercher\ l'éxpréssion\ de\ V(t):$$

$$V = \frac{dx}{dt} = -x_m \omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow 0 = x_m \cos\varphi \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}(rd)\ ou\ \varphi = -\frac{\pi}{2}(rd)\ .$$

- <u>Cas: 1</u> (V_0>0) ,

Si $V_0 > 0$, alors $-x_m \omega \sin(\varphi) > 0$ Mais , $-x_m \omega < 0$,
Alors $\sin(\varphi)$ <0 , alors $\varphi = -\frac{\pi}{2}(rd)$.

- <u>Cas: 2</u> (V_0<0) ,

Si $V_0 < 0$, alors $-x_m \omega \sin\varphi < 0$ Mais , $-x_m \omega < 0$,
Alors $\sin(\varphi)$ >0 , alors $\varphi = \frac{\pi}{2}\ (rd)$.

- $x = x_m sin\ (\omega t + \varphi)$, à $t_0 = 0$, $on\ a : x = a\ tel\ que\ 0 < a < x_m\ ou$ $- x_m < a < 0$

Donc : $a = x_m sin\varphi \Rightarrow sin\varphi = \frac{a}{x_m}$ *(Deux réponses)*

$V = x_m \omega cos\ (\omega t + \varphi) \Rightarrow V_0 = x_m \omega cos\varphi$

Selon le signe de la vitesse initiale on choisit la valeur de φ

- *Par conséquence , pour les deux fonctions:*

$$Si\ à\ t_0 = 0\ ,\ x = x_m \Rightarrow \begin{cases} x = x_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), pour\ la\ fonction\ sinus\ . \\ x = x_m \cos(\omega t)\ , pour\ la\ fonction\ cosinus\ . \end{cases}$$

$$Si\ à\ t_0 = 0\ ,\ x = -x_m \Rightarrow \begin{cases} x = x_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), pour\ la\ fonction\ sinus\ . \\ x = x_m \cos(\omega t + \pi)\ , pour\ la\ fonction\ cosinus\ . \end{cases}$$

$$Si\ à\ t_0 = 0\ , x = 0\ et\ V_0 > 0 \Rightarrow \begin{cases} x = x_m \sin(\omega t)\ , pour\ la\ fonction\ sinus\ . \\ x = x_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), pour\ la\ fonction\ cosinus\ . \end{cases}$$

$$Si\ à\ t_0 = 0\ ,\ x = 0\ et\ V_0 < 0 \Rightarrow \begin{cases} x = x_m \sin(\omega t + \pi)\ , pour\ la\ fonction\ sinus\ . \\ x = x_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), pour\ la\ fonction\ cosinus\ . \end{cases}$$